



## **Análise de desempenho dos estudantes mediante modelo intuicionista Fuzzy**

**Pedro Henrique Alves Barros**

Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ  
E-mail: pedro.barros@pos.ime.uerj.br

**Regina Serrão Lanzillotti**

Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ  
E-mail: reginalanzillotti@ime.uerj.br

### **RESUMO**

Na Rede Pública de Ensino, o docente de Matemática do 6º ao 9º ano, depara-se com o abismo entre o planejamento pedagógico e o aprendizado. As avaliações acrescidas de bônus por atividades complementares podem ser consideradas excessos extraclasse, pois geram resultados irreais para o sistema de ensino. A modelagem Fuzzy Intuicionista permite reconhecer padrões para avaliação da aprendizagem com uso de graus de pertinência e não pertinência em função dos resultados das três aferições obrigatórias no curso. A avaliação personalizada teria maior coerência com o perfil do aluno, combatendo o desestímulo gerado ao “fracasso escolar”, sugere-se avaliações formativas, possíveis de fornecer ao estudante maior *feedback*, direcionando-o ao conhecimento estruturado. Torna-se vital ajudar um professor a se sentir bem consigo mesmo e com seu desempenho, não sendo minimizado o equilíbrio emocional e resiliência psicológica para conviver com o estresse gerado pelas atuais condições prediais e educacionais, evitando os efeitos psicossomáticos. Neste domínio torna-se fundamental que os processos pedagógicos estejam em posição adequada para contribuir ao aprendizado funcional, ou seja, as habilidades (atividades) que englobam autocuidado, hábitos de higiene, frequência escolar, compromisso com as tarefas e o convívio interpessoal.

**Palavras-Chaves:** Conjunto Fuzzy, Conjuntos Fuzzy intuicionista, Similaridade, Aprendizado funcional, Ponderador avaliativo Fuzzy.

### **1 INTRODUÇÃO**

O docente de Matemática na Rede Pública de Ensino, quando atua do 6º ao 9º ano depara-se com o abismo entre o planejamento pedagógico escolar vigente e o aprendizado, muitas das vezes, há disparidade entre o que se planeja e o que de fato realiza-se.

As avaliações dos alunos quando acrescidas de bônus por atividades complementares às atividades em sala de aula podem ser consideradas verdadeiros excessos extraclasse, pois muitas das vezes vêm mascarar as lacunas do conhecimento gerando resultados irreais para o sistema de ensino. Não é raro encontrar estudantes que chegam ao Ensino Médio com dificuldade em operações básicas, sobretudo em relação Divisão, operação básica da Matemática.

Destaca-se que deve ser reconhecida a importância do ensino focado nos temas da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), no que tange universalidade, pluralidade e fluidez entre as disciplinas. Chama-se atenção ao fato de que apesar de tantos esforços, os problemas de aprendizagem notadamente na



Matemática persistem ao longo de anos. A vivência na Educação de Jovens e Adultos nos quesitos das operações básicas da Matemática Fundamental, deixa perceber a extrema dificuldade no algoritmo referente à divisão. Vale a reflexão quanto à importância ao uso em planejamentos financeiros, sobretudo nas noções de orçamento familiar, economia doméstica, onde o domínio de pelo menos as quatro operações aritméticas são fundamentais. O abismo entre o projeto político pedagógico e o aprendizado curricular mascara o problema, uma vez que as atividades extraclasse gera bonificação para as disciplinas básicas curriculares, muitas das vezes sem que haja qualquer conexão em relação ao ensino da Matemática, pois a bonificação em função apenas do alunado participar da quadrilha das festas juninas sem que haja qualquer correlação com os conceitos de medidas fundamentais referentes ao tempo médio das execuções durante os ensaios da quadrilha e formas geométricas no operacional da dança.

Esta reflexão vem motivar o uso da Modelagem Fuzzy Intuicionista nas avaliações aplicadas no primeiro trimestre de 202, referente a uma das turmas do 8º ano em uma escola municipal. O intuito é confrontar o padrão de desempenho como forma de traçar estratégias que possam melhorar o aprendizado discente no sentido de otimizar a gestão escolar, mitigando possíveis deficiências dos estudantes, o que poderá embasar futuras estratégias pedagógicas e curriculares inovadoras para melhorar o processo de ensino e aprendizagem. O objetivo geral é mostrar que a Modelagem Fuzzy Intuicionista pode fornecer valores de pertinência que auxiliem na verificação do desempenho do aluno às estratégias de ensino. Para tal, foi realizada uma análise do primeiro trimestre de uma turma de oitavo ano da rede pública municipal de ensino. Neste segmento escolar a avaliação se dá de forma tríplice sob o critério de três aferições de aprendizagem, AV1, AV2 e AV3, onde cada uma tem a pontuação máxima 10, porém com sua própria proposta e abordagem. A AV1 é direcionada nas atividades extraclasse que envolve de forma direta ou indireta os conceitos retratados em sala de aula, diferente da AV2 e AV3 que são restritas aos conteúdos lecionados em classe. A nota final do estudante é o somatório das três avaliações. Dentro deste escopo, busca-se atender aos seguintes objetivos específicos: analisar o desempenho dos alunos atribuídas as avaliações AV2 e AV3 do conteúdo programático, agregando-se ou não a avaliação AV1, extraclasse. Os resultados podem ser considerados ferramentas diagnósticas, tanto para o docente, quanto para a instituição a respeito do processo de ensino e aprendizagem em curso.

## 2 OBJETIVO

Propor um método que busque analisar o desempenho discente para contribuir na proposta tendo como meta uma avaliação justa no ciclo do Ensino Fundamental.

Dentro deste escopo, buscam-se atender aos seguintes objetivos específicos:

- analisar o desempenho dos discentes segundo modelagem Fuzzy Intuicionista das avaliações AV1, AV2 e AV3.



- Comparar os resultados destas avaliações como ferramenta diagnóstica simultânea dos cenários do processo de ensino.

### 3 METODOLOGIA

Inicialmente foi feita revisão da literatura de artigos publicados em bases eletrônicas, período de 1990 a 2023, disponibilizadas pela Rede Sirius da UERJ, Scientific Electronic Library Online – Google Acadêmico, empregando os descritores: Conjuntos Fuzzy, Conjuntos Fuzzy Intuicionista, Similaridade, Funções de Ativação Fuzzy e da Secretaria de Educação do Município de Maricá, Rio de Janeiro, Brasil.

### 4 DESENVOLVIMENTO

#### 4.1 CONJUNTOS CLÁSSICOS

Em um conjunto Clássico (*crisp set*), há somente duas possibilidades em relação à inclusão de um elemento  $x$  no conjunto  $A$ , em um universo de discurso  $X$ , em que  $x \in A$  ou  $x \notin A$ . A função característica  $\varphi_A(x)$  a seguir, representa a abordagem em um conjunto clássico (SZMIDT, 2014):

$$\varphi_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in A \\ 0, & \text{se } x \notin A \end{cases}, \text{ sendo a notação da função característica:}$$

$$A = \{ \langle x, \varphi_A(x) \rangle / x \in X \} \quad (1)$$

#### 4.2 CONJUNTOS FUZZY

Um Conjunto Fuzzy  $A'$  em um universo de discurso  $X$  é caracterizado mediante uma função de pertinência  $\mu_{A'}(x) \in [0,1]$ , onde cada elemento  $x$  do conjunto  $A'$  está associado um valor real de pertinência no universo de discurso (ZADEH, 1965).

$$A' = \{ \langle x, \mu_{A'} \rangle / x \in X \}, \quad (2)$$

onde  $\mu_{A'}: X \rightarrow [0,1]$ , é a função de pertinência do Conjunto Fuzzy  $A'$ .

O Conjunto Fuzzy Intuicionista foi introduzido por Atanassov (1983), uma generalização dos Conjuntos Fuzzy de Zadeh, tal que  $\mu_A(x)$  e  $\nu_A(x)$  denotam, respectivamente, os graus de pertinência e não pertinência de um elemento  $x \in X$ , em um conjunto  $A$ .

$$A = \{ \langle x, \mu_A(x), \nu_A(x) \rangle / x \in X \}, \quad (3)$$

onde,  $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$  e  $\nu_A: X \rightarrow [0,1]$ , tal que:

$$0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1, \forall x \in X \quad (4)$$

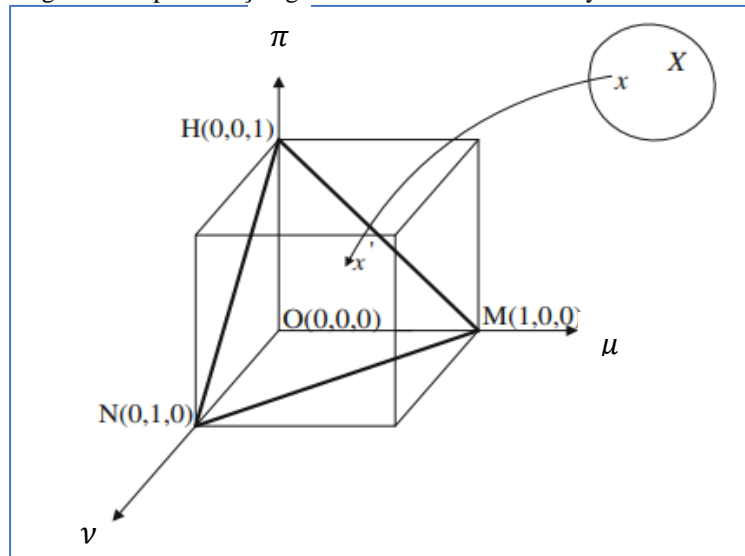
A margem de hesitação em um Conjunto Fuzzy Intuicionista,  $\pi_A(x)$ , define a falta de informação a respeito do grau de pertencimento do elemento  $x$  no conjunto  $A$ , segundo a expressão:

$$\pi_A(x) = 1 - (\mu_A(x) + \nu_A(x)), \text{ onde} \quad (5)$$

$$0 \leq \pi_A(x) \leq 1, \text{ para todo } x.$$

A figura 1 representa geometricamente os conjuntos, *Crisp*, Fuzzy e Intuicionista Fuzzy (SZMIDT; KACPRZYK, 2000). O triângulo MNH representa a superfície para as coordenadas  $(\mu, \nu, \pi)$  do conjunto Fuzzy Intuicionista, onde os pontos M e N indicam o Conjunto *Crisp*, sendo M e N, os valores máximos de pertinência e não pertinência, respectivamente. O ponto H registra a hesitação máxima e representa a completa incapacidade de determinar a pertinência ou a não pertinência de um dado elemento. O segmento MN refere-se ao Conjunto Fuzzy, onde há hesitação nula ( $\pi = 0$ ).

Figura 1: Representação geométrica do Modelo Fuzzy Intuicionista.



Fonte: Distances between intuitionistic fuzzy sets, p.14.



### 4.3 FUNÇÃO DE ATIVAÇÃO

O pré-processamento do conjunto de dados para o processo de fuzzificação é realizado através de uma abordagem vetorial,  $V_i = (n_{i,1}, n_{i,2}, n_{i,3}, \dots, n_{i,h})$ , na qual,  $n_{i,j}$  denota o  $j$ -ésimo componente deste vetor de  $h$  dados. A representação conceitual Fuzzy Intuicionista de um conjunto de dados para o vetor  $V_i$  seria  $A_i = \{ \langle x_1, \mu_1(x), v_1(x) \rangle, \dots, \langle x_h, \mu_h(x), v_h(x) \rangle \}$ . Define-se como  $n_{i,1}$ , normalizado o resultado da expressão abaixo:

$$z_{i,j} = \frac{n_{i,j} - x_j}{s_j}, \quad (7)$$

onde  $x_j$  e  $s_j$ , são a média e o desvio padrão, respectivamente.

Fixada hesitação  $\pi = 0,1$ , as funções de pertinência e não pertinência adotadas para este projeto foram as funções sigmoides ponderadas (INTARAPAIBOON, 2016), dadas pelas expressões a seguir:

$$\begin{cases} \mu_{i,j} = \frac{r_j}{1 + e^{-z_{i,j}}} \\ v_{i,j} = \frac{r_j}{1 + e^{z_{i,j}}} \end{cases}, \quad (8)$$

onde,  $r_j = 1 - \pi$ ,  $\forall j \in [1, k]$ . Deste modo, foram adotados:

$$\begin{cases} \mu_{i,j} = \frac{0,9}{1 + e^{-z_{i,j}}} \\ v_{i,j} = \frac{0,9}{1 + e^{z_{i,j}}} \end{cases} \quad (9)$$

### 4.4 SIMILARIDADES

O problema das propriedades quantitativas deve ser tratado pela *concepção métrica* de semelhança, que postula que existem certas dimensões de similaridade em relação a diferentes aspectos, por exemplo, cor, forma ou peso, que constituem os eixos de um espaço-métrico unificado (BLUMSON, 2018). A similaridade é uma medida muito aplicada em domínios onde é preciso se considerar a incerteza. Dentro do escopo da Lógica Fuzzy, a similaridade é uma medida de equivalência entre Conjuntos Fuzzy. Neste trabalho foram obtidas diversas medidas de medidas similaridades, considerando dois conjuntos Fuzzy Intuicionistas  $A$  e  $B$ , em um universo de discurso  $X$ , listadas a seguir:



#### 4.4.1 Cosseno ( $C_{IFS}$ )

Segundo Salton e McGill (1983), o modelo de similaridade cosseno segue a representação a seguir:

$$C_{IFS}(A, B) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{\mu_A(x_i)\mu_B(x_i) + \nu_A(x_i)\nu_B(x_i)}{\sqrt{\mu_A^2(x_i) + \mu_B^2(x_i)} \cdot \sqrt{\nu_A^2(x_i) + \nu_B^2(x_i)}} \quad (10)$$

#### 4.4.2 Ponderada Cosseno ( $W_{IFS}$ ):

Nesta similaridade proposta por Li e Cheng (2002) faz-se uso de um ponderador  $w_i$  para cada  $x_i$  pertencente aos conjuntos Fuzzy Intuicionistas A e B, onde:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (11)$$

Assim:

$$W_{IFS}(A, B) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \frac{\mu_A(x_i)\mu_B(x_i) + \nu_A(x_i)\nu_B(x_i)}{\sqrt{\mu_A^2(x_i) + \mu_B^2(x_i)} \cdot \sqrt{\nu_A^2(x_i) + \nu_B^2(x_i)}} \quad (12)$$

#### 4.4.3 P. Shi e Z. Liang ( $S_C$ )

A expressão sugerida por Shi e Liang (2003) é representada a seguir:

$$S_C(A, B) = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n |S_A(x_i) - S_B(x_i)|}{2n}, \quad (13)$$

onde:  $S_A(x_i) = \mu_A(x_i) - \nu_A(x_i)$  e  $S_B(x_i) = \mu_B(x_i) - \nu_B(x_i)$ .

#### 4.4.4 H. B. Mitchell ( $S_H$ )

Mitchel (2003) propõe para o cálculo da similaridade segundo a expressão a seguir:

$$S_H(A, B) = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n |\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i)| + |\nu_A(x_i) - \nu_B(x_i)|}{2n} \quad (14)$$



#### 4.4.5 E. Szmidt e J. Kacprzyk ( $S_0$ )

Szmidt e Kacprzyk (2005) propõem para medida de similaridade o cálculo da expressão a seguir:

$$S_0(A, B) = 1 - \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i))^2 + (v_A(x_i) - v_B(x_i))^2}{2n}} \quad (15)$$

#### 4.4.6 H.W. Liu ( $S_{HB}$ )

Liu (2005) sugere para cálculo da similaridade:

$$S_{HB}(A, B) = \frac{\rho_\mu(A, B) - \rho_\nu(A, B)}{2}, \quad (16)$$

onde,  $\rho_\mu(A, B) = 1 - \sqrt[p]{\frac{\sum_{i=1}^n |\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i)|^p}{n}}$  e  $\rho_\nu(A, B) = 1 - \sqrt[p]{\frac{\sum_{i=1}^n |v_A(x_i) - v_B(x_i)|^p}{n}}$

#### 4.4.7 W. L. Hung e M. S. Yang ( $S_e^p$ )

Hung e Yang (2007) apresentam como medida de similaridade:

$$S_e^p(A, B) = 1 - \sqrt[p]{\frac{\sum_{i=1}^n (\phi_\mu(x_i) + \phi_\nu(x_i))^p}{n}}, \quad (17)$$

onde  $\phi_\mu(x_i) = |\mu_A(x_i) - \mu_B(x_i)|/2$  e  $\phi_\nu(x_i) = |(1 - v_A(x_i))/2 - (1 - v_B(x_i))/2|$

#### 4.4.8 L. A. Zadeh ( $S_{HY}^1$ )

Zadeh (1965) expressa para similaridade, a expressão a seguir:

$$S_{HY}^1(A, B) = 1 - d_H(A, B) \quad (18)$$

#### 4.4.9 T. Gerstenkorn e J. Manko ( $S_{HY}^2$ )

Gerstenkorn e Manko apresentam a seguinte proposição:

$$S_{HY}^2(A, B) = (e^{-d_H(A, B)} - e^{-1}) / (1 - e^{-1}) \quad (19)$$





#### 4.4.10 I. K. Vlachos e G. D. Sergiadis ( $S_{HY}^3$ )

Vlachos e Sergiadis (2007) denotam para o cálculo da similaridade, o resultado a seguir:

$$S_{HY}^3(A, B) = (1 - d_H(A, B)) / (1 + d_H(A, B)) \quad (20)$$

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados das avaliações AV1, AV2 e AV3 para uma das turmas de oitavo ano de uma Rede Pública Municipal de Ensino, sendo  $x_i$  a nota de cada estudante. Estes valores foram padronizados em unidades do desvio padrão ( $z_i$ ) para cada um dos 28 alunos ordenados alfabeticamente. Estas três avaliações curriculares foram submetidas ao processo de Fuzzificação segundo a modelagem Fuzzy Intuicionista para obter os valores das pertinências e não-pertinências com o uso das “funções sigmóides ponderadas” (INTARAPAIBOON, 2016), sendo a hesitação fixada em  $\pi = 0,1$ .

Posteriormente, as medidas de similaridades (S), citadas anteriormente, foram calculadas para estas avaliações combinadas aos pares,  $S(AV1, AV2)$ ,  $S(AV1, AV3)$  e  $S(AV2, AV3)$ . Ao se tratar a Similaridade Ponderada Cosseno ( $W_{IFS}$ ), foram usados ponderadores distintos. Um deles baseado no desempenho do estudante segundo respectiva avaliação ( $w_{AV}$ ), ponderador médio ( $\overline{w_{AV}}$ ) obtido através da média aritmética dos ponderadores atribuídos a cada uma das três avaliações e os demais, ponderador médio quadrático ( $\overline{w_{AV^2}}$ ), ponderador médio cúbico ( $\overline{w_{AV^3}}$ ), médias aritméticas, quadrática e cúbica, respectivamente. Foram realizadas simulações das diversas similaridades abordadas anteriormente, e, no caso específico dos modelos propostos por Hung e Yang (2007) e Liu (2005) foram calculados para três diferentes “p”, variando para valores inteiros de 1 a 3. Os resultados dessas similaridades para os pares de avaliações (AV1, AV2), (AV1, AV3) e (AV2, AV3) segundo propostas dos autores citados anteriormente, estão na Tabela 1.

Nesta tabela, as similaridades ponderadas de cosseno foram tratadas segundo ponderadores. Inicialmente foram calculados três ponderadores, um para cada respectiva avaliação, obtidos pela divisão da nota da avaliação expressa em unidade do desvio padrão, ordenada de forma crescente. O “ponderador de ordem unitária” foi obtido pela razão entre a nota padronizada e a soma das mesmas, o que resultou no ponderador para cada aluno, cuja soma igualou-se a 1, condição expressa anteriormente. A relação de alunos para cada avaliação foi ordenada alfabeticamente, com os respectivos ponderadores de cada avaliação, sendo somados estes ponderadores por aluno e este valor dividido pelo somatório dos ponderadores das três avaliações, o que resultou no ponderador médio para cada aluno. Procedimentos similares foram adotados, porém foram utilizados valores padronizados quadráticos e cúbicos, resultando em ponderadores médios quadráticos e médios cúbicos.





A similaridade Cosseno ( $C_{IFS}$ ) mostrou maior relevância referente ao par avaliativo (AV2, AV3), pois atingiu o valor de 0,953, tendo valor mínimo de 0,822 para as propostas de H.W. Liu ( $S_{HB}$ ),  $p=3$  e W.L. Hung, M.S. Yang ( $S_e^p$ ),  $p = 3$ , o que indica a convergência da objetividade para o aprendizado dos conceitos básicos da Matemática quando há avaliações escrita.

O confronto “(AV1, AV3)” indicou valor extremo de 0,911 para a Similaridade Ponderada Cosseno ( $W_{IFS}$ , ponderadores AV2 e AV3) e 0,712 para a Similaridade de H.W. Liu ( $S_{HB}$ ),  $p=3$  e W.L. Hung, M.S. Yang ( $S_e^p$ ),  $p = 3$ .

A Similaridade Ponderada Cosseno ( $W_{IFS}$ , ponderador AV2) correspondeu de 0,918 e 0,665, valor inferior e valor superior, respectivamente, confronto (AV1, AV2). Cabe destacar que a AV1 tem uma avaliação quantitativa, porém com itens qualitativos. A AV2 é baseada em um exame com questionamentos inerentes aos conceitos de Matemática. A diferença entre estas duas propostas avaliativas influencia o desempenho dos estudantes pela diversidade contextual, fator que provavelmente influenciou nos resultados obtidos.

A avaliação AV3, quando comparada com AV2 e AV1, mostrou que os valores das similaridades podem se tornar diferenciado em função da abordagem dos diferentes autores, o que vem a influenciar a interpretação. No modelo  $S_{HY}^1$  de Zadeh, o grau de similaridade da AV1 em relação a AV2 e AV3 se aproximam. Destaca-se que no modelo Hung e Yang (2007), a similaridade ao usar  $p = 3$ , há discrepância mais expressiva. Observou-se que ocorreu medida idêntica para as similaridades atribuídas a Shi e Liang (2003), Mitchell (2003) e Liu (2005), sendo que a última utiliza o expoente  $p = 1$ .

Tabela 1: Similaridades dos pares de avaliações AV1, AV2 e AV3.

SIMILARIDADES	(AV1, AV2)	(AV1, AV3)	(AV2, AV3)
Ponderada Cosseno ( $W_{IFS}$ – ponderador AV1)	0,799	0,860	0,943
Ponderada Cosseno ( $W_{IFS}$ – ponderador AV2)	<b>0,918</b>	<b>0,911</b>	0,949
Ponderada Cosseno ( $W_{IFS}$ – ponderador AV3)	0,871	<b>0,911</b>	0,945
Ponderada Cosseno ( $W_{IFS}$ - ponderador $\overline{w_{AV}}$ )	0,863	0,894	0,946
Ponderada Cosseno ( $W_{IFS}$ – ponderador $\overline{w_{AV^2}}$ )	0,862	0,898	0,943
Ponderada Cosseno ( $W_{IFS}$ - ponderador $\overline{w_{AV^3}}$ )	0,862	0,902	0,941
Cosseno ( $C_{IFS}$ )	0,861	0,888	<b>0,953</b>
P. Shi e Z. Liang ( $S_c$ )	0,790	0,805	0,875
Similaridade H. B. Mitchell ( $S_H$ ):	0,790	0,805	0,875
E. Szmids e J. Kacprzyk ( $S_0$ )	0,718	0,750	0,844
H.W. Liu ( $S_{HB}$ ) usando $p=1$	0,790	0,805	0,875
H.W. Liu ( $S_{HB}$ ) usando $p=2$	0,718	0,750	0,844
H.W. Liu ( $S_{HB}$ ) usando $p=3$	<b>0,665</b>	<b>0,712</b>	<b>0,822</b>
W.L. Hung, M.S. Yang ( $S_e^p$ ) usando $p = 1$	0,790	0,805	0,875
W.L. Hung, M.S. Yang ( $S_e^p$ ) usando $p = 2$	0,718	0,750	0,844
W.L. Hung, M.S. Yang ( $S_e^p$ ) usando $p = 3$	<b>0,665</b>	<b>0,712</b>	<b>0,822</b>
L.A. Zadeh ( $S_{HY}^1$ )	0,895	0,902	0,937
T. Gerstenkorn e J. Manko ( $S_{HY}^2$ )	0,842	0,853	0,904
I. K. Vlachs e G. D. Sergiadis ( $S_{HY}^3$ )	0,810	0,822	0,882



Ao se utilizar ponderações inerentes às similaridades ponderadas de cosseno, obtém-se maior sensibilidade nas aferições do conhecimento adquirido pelo discente. O ponderador unitário quando aplicado a avaliação AV3, mostrou proximidade em relação às demais similaridades da tabela, o que indicou que essa avaliação em relação às demais realizadas foi capaz de traduzir com mais coerência o nível de aprendizado adquirido ao longo do período, acerca dos conteúdos lecionados. Em contrapartida, o ponderador unitário para avaliação AV1 resultou em índices com maior inconformidade às demais similaridades, ou seja, esta prova foi pouco representativa acerca da aquisição do conhecimento específico da Matemática. Os ponderadores, médio quadrático e médio cúbico, não refletiram grande sensibilidade em relação ao ponderador médio unitário. O confronto dessas similaridades permitiu avaliar desempenho em Matemática no Ensino Fundamental nestas avaliações e indicar o melhor ponderador que o traduz.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A modelagem Fuzzy mostrou-se como uma ferramenta otimizada para análise do rendimento escolar no Ensino Fundamental, fornecendo importantes recortes a respeito do primeiro trimestre de uma turma de oitavo ano da rede pública municipal. Apesar das escolas contarem com gestores e pedagogos, não tem havido uma preocupação na análise lógica aos processos pedagógicos no cenário do Ensino Fundamental, contribuindo para o comprometimento da cadeia de ensino, arrastando-se até o Ensino Médio e Superior.

As lacunas de aprendizado inerentes aos conhecimentos fundamentais da Matemática não devem ser negligenciadas, pois as avaliações extraclasse, designadas como eventos não tem contribuído de forma contundente a recuperar deficiências de aprendizado, mascarando o déficit de aprendizagem que vão se acumulando, sobretudo nos conceitos da Matemática que serão alicerces a disciplinas das Ciências Exatas.

O método proposto que trata a similaridade ponderada de cosseno pelo uso do ponderador unitário em AV3 que proporcionou diferenciar adoção dos conceitos básicos da matemática quando são aplicadas as avaliações AV2 e AV1, uma vez que AV2 não faz a avaliação integral curricular. Faz-se necessário, portanto, um olhar mais refinado acerca da tratativa presente nessas atividades examinadas fora de sala de aula, de forma que elas tenham maior afinidade com o conhecimento matemático abordado intraclasse. Na similaridade ponderada cosseno há um reforço, quando se utiliza o ponderador unitário em que fica destacada AV3 como a opção de maior sensibilidade da aquisição de conhecimento.

O ponderador associado aos resultados dos estudantes na AV1 foi o que mais destoou de todas as medidas de similaridades efetuadas. Tal fato sinaliza que esta é por si só, uma avaliação que não reflete a realidade do conhecimento dos estudantes no período analisado. Outro dado significativo foi que o exame com maior escopo de conteúdos abordados, AV3, foi aquele através do qual se obteve o melhor ponderador, ou seja, aquele cujas similaridades encontradas entre as provas, correspondeu ao que mais se aproximou das demais medições efetuadas. Não menos importante, seus resultados para similaridade cosseno, se



aproximam daqueles encontrados com o uso de um ponderador médio entre as três avaliações, indicando que a avaliação escrita com maior magnitude de assuntos abordados, expressa melhor a realidade da turma no período em questão, expondo melhor suas deficiências. Entende-se que AV3 traduz com boa realidade, o desempenho dos estudantes nas avaliações, e a relação entre os desempenhos nas diferentes provas para cada estudante. Sugere-se para abordagens futuras, diferentes tipos de ponderadores, buscando aquele que melhor se aproxima das demais medições, acreditando-se que a similaridade cosseno ponderada forneça além das medidas de similaridades propriamente ditas, dependendo do ponderador utilizado, informações adicionais acerca de cada conjunto fuzzy em relação aos demais.



## REFERÊNCIAS

- ATANASSOV, K. Intuitionistic Fuzzy Sets. VII ITKR Session. Sofia (Deposed in Centr. Sci.-Techn. Library of Bulg. Acad. of Sci. (1697/84), 1983 (*in Bulgarian*).
- BLUMSON, BEN. Two Conceptions of Similarity. *Philosophical Quarterly*, vol. 68 (270): p.21–37, 2018. DOI:10.1093/pq/pqx021
- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.
- D. LI, C. CHENG. New similarity measures of intuitionistic fuzzy sets and application to pattern recognition, *Pattern Recognition Letters*, vol. 23, p. 221–225, 2002.
- E. SZMIDT, J. KACPRZYK. A new concept of a similarity measure for intuitionistic fuzzy sets and its use in group decision making, *Lecture Notes in Computer Science (Subseries LNAI) 3558*, p. 272–282, 2005.
- G. SALTON, M.J. MCGILL. *Introduction to Modern Information Retrieval*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1983.
- H.B. MITCHELL. On the Dengfeng–Chuntian similarity measure and its application to pattern recognition, *Pattern Recognition Letters*, vol. 24. p. 3101–3104, 2003.
- H.W. LIU. New similarity measures between intuitionistic fuzzy sets and between elements, *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 42, p. 61–70, 2005.
- I.K. VLACHOS, G.D. SERGIADIS. Intuitionistic fuzzy information—application to pattern recognition, *Pattern Recognition Letters*, vol. 28, p. 197–206, 2007.
- INTARAPAIBOON, PEERASAK. Text classification using similarity measures on intuitionistic fuzzy sets. *ScienceAsia.*, vol. 42, 2016, DOI: 10.2306/scienceasia1513-1874.2016.42.052.
- L.A ZADEH. Fuzzy sets, *Information Control*, vol. 8, p. 338–353, 1965.
- T. GERSTENKORN, J. MANKO. Correlation of intuitionistic fuzzy sets, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 44, p. 39–43, 1991.
- SZMIDT, EULALIA. Distances and Similarities in Intuitionistic Fuzzy Sets. *Polish Academy of Sciences*, 2014. DOI: 10.1007/978-3-319-01640-5.
- SZMIDT, E., KACPRZYK, J. Distances between intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems* 114(3), p. 505–518, 2000.
- W.L. HUNG, M.S. YANG. Similarity measures of intuitionistic fuzzy sets based on  $L_p$  metric, *International Journal of Approximate Reasoning*, vol. 46, p. 120–136, 2007.
- ZADEH, L.A. Fuzzy sets. *Information and Control*, Ed. 8, p. 338–353, 1965.
- Z. LIANG, P. SHI. Similarity measures on intuitionistic fuzzy sets, *Pattern Recognition Letters*, vol. 24, p. 2687–2693, 2003.